

2018-2019 учебный год


**КУБОК
ГАГАРИНА**
олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
6 класс
Максимальное количество баллов за задания:

Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
Количество баллов	2	2	2	3	3	3	3	3	4	5	30

Все оценки должны быть целыми числами, дробные оценки не допускаются!

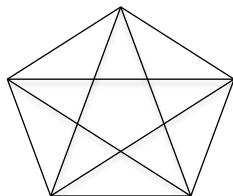
ОТВЕТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

1. 1 балл за правильный ответ + 1 балл за верное обоснование. Максимально 2 балла

34 года

Суммарный возраст космонавтов равен $31 \cdot 2 + 36 \cdot 3 = 170$ лет. Тогда их средний возраст равен $170 / 5 = 34$ года

2. 1 балл за правильный ответ + 1 балл за верное изображение. Максимально 2 балла

35 треугольников


3. 1 балл за правильный ответ + 1 балл за верное обоснование. Максимально 2 балла

49

Номер квартиры Айрата от 49 до 54, а Айдара – от 43 до 49.
Единственное совпадение – это 49.

4. По 1 баллу за каждое число. Максимально 3 балла

130, 135, 280

5. По 1 баллу за каждый ответ + 1 балл за верное обоснование. Максимально 3 балла

Количество – 26, сумма – 6871

Цифра отличная от 1 может быть цифрой сотен, десятков или единиц. Для сотни 8 возможностей (нельзя 1 и 0), у десятков и единиц 9 (нельзя 1). Всего 26. Нахождение суммы (замена сложения умножением и коррекция):

$$111 \cdot 26 + 100 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) + 11 \cdot (2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 11 \cdot (26 + 35) + 100 = 6871$$

6. 1 балл за правильный ответ + до 2 баллов за верное обоснование. Максимально 3 балла

80 способов По правилу произведения $5 \times 2^4 = 80$. Шаг первый: выбор исключённой семьи. Далее каждый раз выбираем по одному представителю из каждой оставшейся семьи.

7. 1 балл за правильный ответ + до 2 баллов за верное обоснование. Максимально 3 балла

4 ничьи Если какая-то команда победит, то в сумме вдвоём они наберут $4 + 1 = 5$ очков, а если ничья – $2 + 2 = 4$ очка. Если бы не было ничьих, то две команды набрали бы $5 \times 10 = 50$ очков, но т.к. они набрали на 4 очка меньше, то и было 4 ничьи.

8. 1 балл за правильный ответ + до 2 баллов за верное обоснование. Максимально 3 балла

571 число Вычёркиваем из 999 чисел, меньших 1000, числа, кратные 3: их $999/3 = 333$. Далее вычёркиваем числа, кратные 7: их $[999/7] = 142$. Но среди чисел, кратных 7, имеется $[999/21] = 47$ чисел, одновременно кратных 3; они будут вычеркнуты дважды. Итого, нами должно быть вычеркнуто $333 + 142 - 47 = 428$ чисел. Остаётся $999 - 428 = 571$.

9. По 1 баллу за каждую верную цифру + до 2 баллов за верное обоснование. Максимально 4 балла

44 ряда Всего маленьких кубиков получится 1000. В последнем ряду пирамиды будет 1 кубик, в предыдущем 2 и т.д. Найдём количество кубиков по рядам: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + x = x(x+1)/2$, где x – количество рядов. Нам нужно найти такое значение x , чтобы $x(x+1)/2 < 1000$. Подбором найдём, что наибольшее из возможных значение x – это 44. Понятно, что при увеличении x значение этого выражения увеличивается и x больше 44 быть не может.

10. 1 балл за правильный ответ + до 4 баллов за верное обоснование. Максимально 5 баллов

(0,0), (1,1), (2,2), ..., (9,9)

Заметим, что $1001 = 77 \cdot 13$. Значит, делимость на 13 числа 80^*87^*07 равносильна делимости на 13 числа 00^*00^*00 , полученного уменьшением искомого на числа 80080000 и 7007 , которые кратны 13. Следовательно, задача свелась к нахождению числа $^*00^*00$, делящегося на 13. Обозначив цифры, стоящие на месте звёздочек, через x и y , запишем это число так: $(1000 \cdot x + y) \cdot 100$. Так как 100 и 13 не имеют общих делителей, то на 13 делится число $1000 \cdot x + y = 1001 \cdot x + y - x$. Значит, $y - x$ делится на 13. Но y и x – это цифры. Следовательно, они одинаковые. Осталось выписать соответствующие варианты.